

УДК 536.2.01

СИЛЬНАЯ ФИЗИЧЕСКАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ НЕОДНОРОДНОСТЬ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ В ОДНОКОМПОНЕНТНЫХ И ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМАХ

О. Н. ШАБЛОВСКИЙ, Д. Г. КРОЛЬ, И. А. КОНЦЕВОЙ

Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь

Введение

Фундаментальные уравнения теории теплопереноса (волновое уравнение, уравнение теплопроводности), содержащие нелинейные по температуре источники, позволяют моделировать разнообразные физические процессы, происходящие при энергетическом воздействии на материал. В настоящей работе рассматриваются закономерности формирования температурных полей в однокомпонентных и двухкомпонентных теплофизических системах, испытывающих конкурентное воздействие объемных источников энергии. Такие задачи являются важным элементом динамической теории неравновесных состояний вещества [1]. Данная работа продолжает исследования [2], [3] и имеет следующие цели: 1) изучить качественные и количественные свойства систем «среда – источник энергии», обладающих кубической, тригонометрической и экспоненциальной нелинейностями по температуре; 2) дать примеры аномального температурного отклика среды на тепловое воздействие («отрицательная теплоемкость»); 3) проанализировать тепловое состояние системы, в которой действует неоднородный по волновой координате источник энергии.

Волновое уравнение теплопереноса

Волновое уравнение теплопереноса с источником энергии имеет вид:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = w^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_v, \quad (1)$$

где x – декартова координата; t – время; T – температура; $w^2 = \lambda / (c\gamma)$ – квадрат скорости распространения тепловых возмущений; λ – коэффициент теплопроводности; c – объемная теплоемкость; γ – время релаксации теплового потока; $k_v = q_v / (c\gamma)$; q_v – мощность внутренних источников тепла. Для двухкомпонентной системы два зацепляющихся волновых уравнения с неоднородными по координате источниками имеют следующий вид:

$$\frac{\partial^2 T_\sigma}{\partial t^2} = w_\sigma^2 \frac{\partial^2 T_\sigma}{\partial x^2} + k_v^{(\sigma)}(x, T_1, T_2); \quad \sigma = 1, 2, \quad (2)$$

где T_1, T_2 – температуры взаимодействующих друг с другом компонентов сплошной среды; w_1, w_2 – две скорости распространения тепловых возмущений. В классе автомодельных решений типа распространяющейся волны $\xi = A_*x + B_*t$; A_*, B_* – const; $\tau_\sigma = \tau_\sigma(\xi) \equiv T_\sigma(\xi) - T_\sigma^0$, уравнения (2) имеют вид:

$$d^2\tau_\sigma / d\xi^2 = Q_\sigma(\tau_1, \tau_2); \quad (3)$$

$$k_v^{(\sigma)} = Q_\sigma w_\sigma^2 A_*^2 (M_\sigma^2 - 1); \quad M_\sigma^2 = N^2 / w_\sigma^2; \quad \sigma = 1, 2, \quad (4)$$

где функции τ_σ характеризуют отклонения от равновесных температур $T_\sigma^0 \equiv \text{const}$ первой и второй компонент. Скорость перемещения ξ -линии равна $N = dx/dt = -B_*/A_*$, причем $N^2 \neq w_\sigma^2$, т. е. ξ – линия не является характеристикой; M_σ^2 есть квадрат теплового числа Маха. С точки зрения аналитической механики функции $Q_\sigma(\tau_1, \tau_2)$ – это нелинейные консервативные силы, которые действуют в автономной динамической системе с двумя степенями свободы. Если для обеих компонент процесс дозвуковой ($M_\sigma^2 < 1$) или сверхзвуковой ($M_\sigma^2 > 1$), то имеем инверсию: знаки функций $k_v^{(\sigma)}$ в (4) меняются (при одних и тех же Q_σ) на противоположные при переходах «дозвук \leftrightarrow сверхзвук». Двухкомпонентную систему назовем контрастной, если $M_1^2 < 1$; $M_2^2 > 1$ или $M_1^2 > 1$; $M_2^2 < 1$.

Частным случаем (3) является динамическая система, соответствующая волновому уравнению (1):

$$d^2\tau/d\xi = Q(\tau); \quad Q(\tau) = k_v(\tau)/[w^2 A_*^2 (M^2 - 1)]; \quad M^2 = N^2 / w^2; \\ \tau = T - T^0; \quad \tau_1 \equiv \tau(\xi); \quad \tau_2 \equiv 0. \quad (5)$$

Свойство инверсии проявляется в (5) следующим образом:

1) $Q(T) > 0$, если в сверхзвуковом процессе ($M^2 > 1$) имеем источник энергии ($k_v(T) > 0$), либо если в дозвуковом процессе ($M^2 < 1$) имеем сток энергии ($k_v(T) < 0$);

2) $Q(T) < 0$, если $M^2 > 1$, $k_v(T) < 0$, либо если $M^2 < 1$; $k_v(T) > 0$.

Кроме того, имеем два важных частных случая:

1) одномерный стационарный процесс при $A_* = 1$; $B_* = 0$, т. е. $\xi \equiv x$;

2) нестационарный и однородный по координате x тепловой процесс при $A_* = 0$; $B_* = 1$, т. е. $\xi \equiv t$.

Тригонометрическая нелинейность источника

Для уравнения (5) рассмотрим два примера источников, вид которых характерен для двойного уравнения синус-Гордона.

Если $Q(\tau) = -\sin \tau + 2m \sin(\tau/2)$, то

$$\tau(\xi) = 4 \arctg u; \quad u = \left(\frac{1-m}{m} \right)^{1/2} \frac{1}{\cos(\xi \sqrt{1-m})}; \quad 0 < m < 1. \quad (6)$$

Если $Q(\tau) = -\sin \tau + 2(m-1) \sin(\tau/2)$, то

$$\tau(\xi) = 4 \arctg u; \quad u = \left(\frac{1-m}{m} \right)^{1/2} \cos(\xi \sqrt{m}); \quad 0 < m < 1. \quad (7)$$

Точные решения (6) и (7) получены в работе [4]. Отличие между тепловыми режимами (6) и (7) в том, что решение (6) дает колебания, разрывные по отношению к аргументу ξ (рис. 1, а, б); линии, представляющие функцию $Q(\tau)$, являются здесь

фрагментами синусоид. Вместе с тем, решение (7) является непрерывным, а зависимость $Q(\tau)$ имеет синусоидальный тип (рис. 1, в, з). Отметим здесь вариант, изображенный на рис. 1, д: монотонный по температуре источник с отрицательным наклоном $dQ/d\tau < 0$ возбуждает тепловое поле, периодическое по аргументу ξ . Это означает, что знакопеременный источник энергии $k_v(\tau)$ с отрицательным наклоном $dk_v(\tau)/d\tau < 0$ наблюдается в сверхзвуковом ($M^2 > 1$) процессе (5).

Экспоненциально-тригонометрическая нелинейность источника

Двухкомпонентная система (2) имеет следующее точное решение [4]:

$$k_v^{(1)} = \exp(-\tau_1) \cos \tau_2 [2m^2 A_1 (A_1 + 2\varepsilon \cos(mx')) - A + 2A_1 (\varepsilon m/w)^2 \sin^2(mx')] + \\ + 2m^2 \exp(-\tau_1/2) \cos(\tau_2/2) [(\Delta_1 \varepsilon/w^2) \cos(mx') - A_1]; \quad (8)$$

$$k_v^{(2)} = \exp(-\tau_1) \sin \tau_2 [-2m^2 A_1 (A_1 + 2\varepsilon \cos(mx')) + A - 2A_1 (\varepsilon m/w)^2 \sin^2(mx')] + \\ + 2m^2 \exp(-\tau_1/2) \sin(\tau_2/2) [-(\Delta_2 \varepsilon/w^2) \cos(mx') + A_1]; \quad (9)$$

$$\tau_1(x', t) = \ln[(A_1 + (\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \cos(mt) + \varepsilon \cos(mx'))^2 + (\bar{\alpha} - \bar{\beta})^2 \sin^2(mt)];$$

$$\tau_2(x', t) = 2 \arctg D;$$

$$D = (\bar{\alpha} - \bar{\beta}) \sin(mt) / [A_1 + (\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \cos(mt) + \varepsilon \cos(mx')].$$

Здесь три константы w , Δ_1 , Δ_2 связаны двумя равенствами:

$$w^2 = w_1^2 - \Delta_1 = w_2^2 - \Delta_2 > 0,$$

где Δ_1 , Δ_2 – параметры источников, w – параметр растяжения координаты, $x' = x/w$. Постоянную $A_1 \neq 0$ задаем так, чтобы существовала конечная функция $\tau_1(x', t)$. Полученные источники $k_v^{(\sigma)}(\tau_1, \tau_2, x)$; $\sigma = 1, 2$ являются нелинейными по температурам τ_1 , τ_2 и обладают периодической неоднородностью по координате x . Величина $(\bar{\alpha} - \bar{\beta})$ является параметром двухкомпонентности системы: если $\bar{\alpha} = \bar{\beta}$, то $\tau_2 \equiv 0$; $\tau_1 = \tau_1(x', t)$. Ясно, что ε – параметр пространственной неоднородности источников. При $\varepsilon = 0$ обе температуры зависят только от времени и представляют собой точное решение системы уравнений:

$$d^2 \tau_\sigma(t) / dt^2 = k_v^{(j)}(\tau_1, \tau_2); \quad \sigma = 1, 2.$$

Этот результат переформулируем для динамической системы (3):

$$Q_1(\tau_1, \tau_2) = (2m^2 A_1^2 - A) \exp(-\tau_1) \cos \tau_2 - 2m^2 A_1 \exp(-\tau_1/2) \cos(\tau_2/2); \quad (10)$$

$$Q_2(\tau_1, \tau_2) = (A - 2m^2 A_1^2) \exp(-\tau_1) \sin \tau_2 + 2m^2 A_1 \exp(-\tau_1/2) \sin(\tau_2/2); \quad (11)$$

$$\tau_1(\xi) = \ln[(A_1 + (\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \cos(m\xi))^2 + (\bar{\alpha} - \bar{\beta})^2 \sin^2(m\xi)]; \quad (12)$$

$$\tau_2(\xi) = 2 \arctg D; \quad A = 8m^2 \bar{\alpha} \bar{\beta}; \quad (13)$$

$$D = (\bar{\alpha} - \bar{\beta}) \sin(m\xi) / [A_1 + (\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \cos(m\xi)];$$

$$k_v^{(\sigma)}(\tau_1, \tau_2) = A_* w_\sigma^2 (M_\sigma^2 - 1) Q_\sigma(\tau_1, \tau_2); \quad \sigma = 1, 2.$$

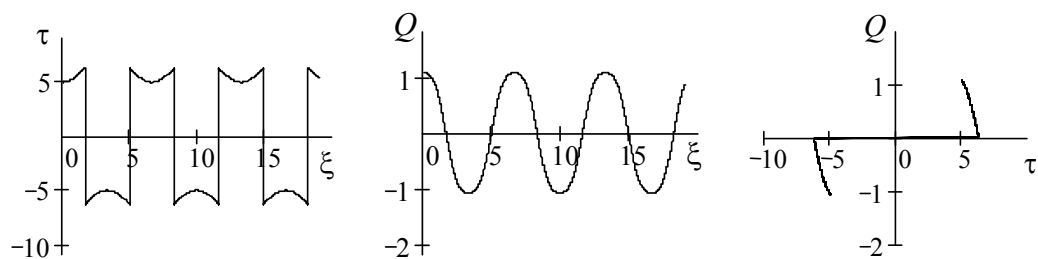
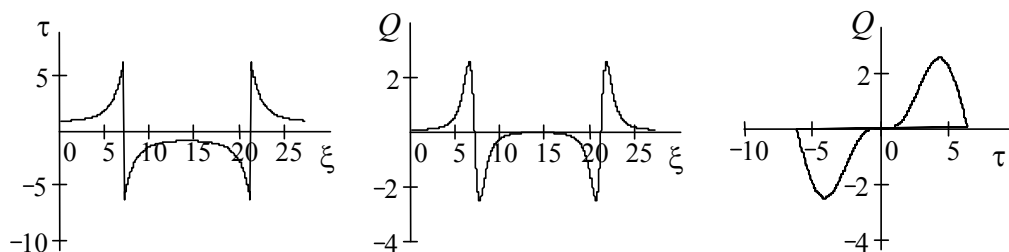
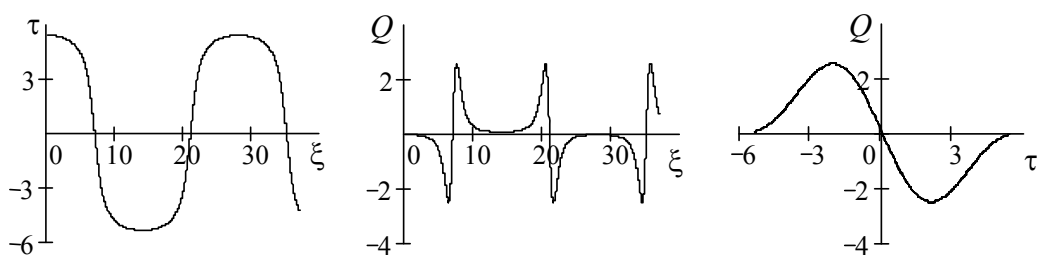
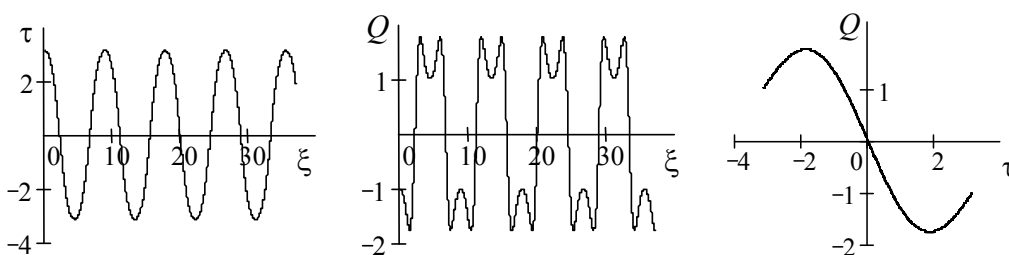
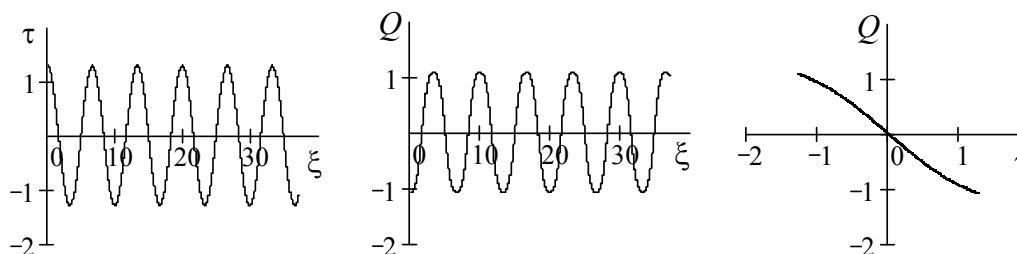
а) $m = 0,1$ б) $m = 0,95$ в) $m = 0,05$ з) $m = 0,5$ д) $m = 0,9$

Рис. 1. Источник типа двойного синус-Гордона:
 а, б – разрывные колебания температуры;
 в, з, д – непрерывные колебания температуры

В дозвуковом и сверхзвуковом процессах, когда контрастности нет, полученные источники энергии обладают такими свойствами:

1) одинаковые знаки скоростей изменения источников по температуре «своей» компоненты:

$$\operatorname{sgn}[\partial q_v^{(1)} / \partial T_1] = \operatorname{sgn}[\partial q_v^{(2)} / \partial T_2];$$

2) противоположные знаки скоростей изменения источников по температуре «чужой» компоненты:

$$\operatorname{sgn}[\partial q_v^{(1)} / \partial T_2] = -\operatorname{sgn}[\partial q_v^{(2)} / \partial T_1].$$

Для контрастной системы имеем:

$$\operatorname{sgn}[\partial q_v^{(1)} / \partial T_1] = -\operatorname{sgn}[\partial q_v^{(2)} / \partial T_2]; \quad \operatorname{sgn}[\partial q_v^{(1)} / \partial T_2] = \operatorname{sgn}[\partial q_v^{(2)} / \partial T_1].$$

Характер конкуренции источников определяется следующими свойствами. Функция $Q_2(\tau_1, \tau_2)$ обращается в ноль при $\tau_2 = 0$; именно на этой изотерме первый источник имеет экстремум по «чужой» температуре:

$$\tau_2 = 0; \quad Q_2 = 0; \quad \partial Q_1 / \partial \tau_2 = 0.$$

В структуре решения (12), (13) важная роль принадлежит отношению $A_1 / (\bar{\alpha} + \bar{\beta})$: если числовые значения этих констант такие, что в отдельных точках выполняется равенство $A_1 + (\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \cos(m\xi) = 0$, то температура $\tau_2(\xi)$ совершает пилообразные колебания. Таким образом, решение (6) (однокомпонентная система, рис. 1, а, б) и решение (12), (13) (двухкомпонентная система, рис. 2) дают примеры нетривиального воздействия объемного источника энергии на среду. А именно: непрерывные источники $k_v(T)$ и $k_v^{(\sigma)}(T_1, T_2)$; $\sigma = 1, 2$ возбуждают разрывные колебания температуры.

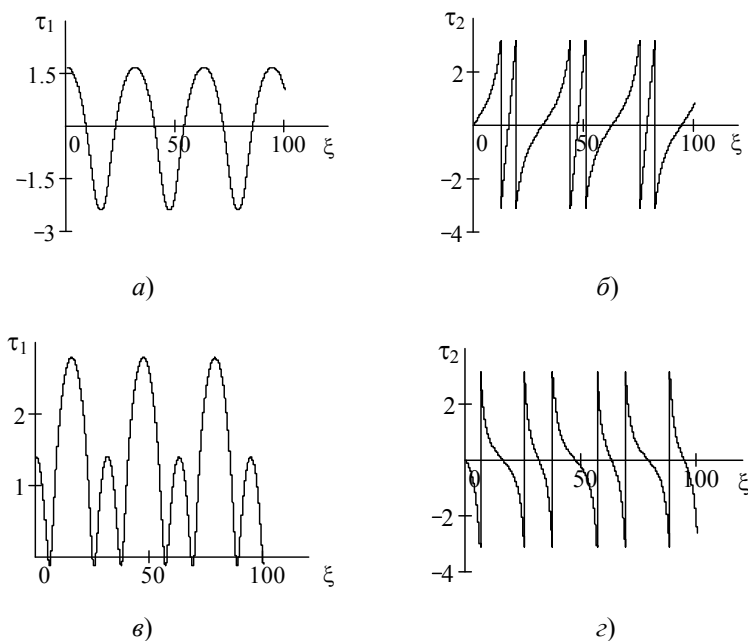


Рис. 2. Двухкомпонентная динамическая система (10), (11): разрывные колебания температуры одной из компонент:

а, б ($A_1 = 1$; $m = 0,2$; $\alpha = 1$; $\beta = 0,3$); в, г ($A_1 = -1$; $m = 0,2$; $\alpha = 1$; $\beta = 2$)

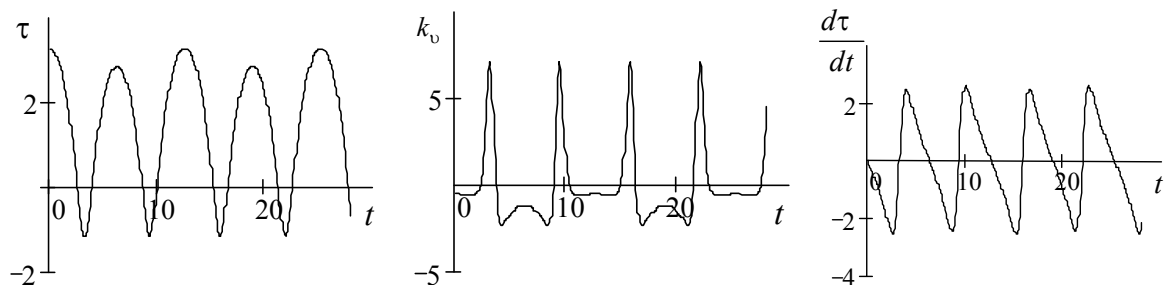
Взяв в (12), (13) $\bar{\alpha} = \bar{\beta}$, получаем, что поведение однокомпонентной системы (5) определяется решением:

$$Q_1 \equiv Q = (2m^2 A_1^2 - A) \exp(-\tau) - 2m^2 A_1 \exp(-\tau/2);$$

$$\tau_1 \equiv \tau(\xi) = \ln[A_1 + 2\bar{\alpha} \cos(m\xi)]^2; \quad \tau_2 \equiv 0; \quad A = 8m^2 \bar{\alpha}^2; \quad A_1^2 > 4\bar{\alpha}^2. \quad (14)$$

Для этого решения характерны источники с отрицательным наклоном $dQ/d\tau < 0$ и справедливы замечания, сделанные при обсуждении рис. 1, д. Точные решения (6), (7), (14) обладают свойством «отрицательной теплоемкости». Этот термин означает, что среда реагирует аномальным образом на воздействие источника энергии: подвод/отвод тепла дает снижение/рост температуры. Следовательно, при «отрицательной теплоемкости» необходимо иметь: 1) если $q_v > 0$, то $\partial T/\partial t < 0$; 2) если $q_v < 0$, то $\partial T/\partial t > 0$. Обзор экспериментальных и теоретических работ по этой проблеме и примеры «отрицательной теплоемкости» в задачах конвекции стратифицированных двухкомпонентных жидкостей в поле силы тяжести даны в [5]. Нелинейные аспекты явления «отрицательной теплоемкости» изучены в [6], [7] с позиции теории локально-неравновесного теплопереноса. Для представленных здесь автомодельных решений имеем $\partial T/\partial t = B_* dT/d\xi$, и можем сопоставить знаки $d\tau/d\xi$ и $Q(\tau)$. Например, на рис. 1, а, б имеем интервалы температур, для которых $Q(\tau) > 0$, но при этом производная $d\tau/d\xi$ знакопеременная: наблюдается чередование областей с нормальным и аномальным температурными откликами среды. Аналогичное явление демонстрируют графики на рис. 1, в, г, д.

Если $\bar{\alpha} = \bar{\beta}$, но $\varepsilon \neq 0$, то из (8), (9) получаем однокомпонентную систему с источником $k_v(\tau, x)$, который нелинеен по температуре и неоднороден по координате x ; ε – параметр пространственной неоднородности. Для этой однокомпонентной системы проведем расчеты на линии $x' = Mt$; $t \geq 0$, где M – тепловое число Маха. Дозвуковой ($M < 1$); звуковой ($M = 1$) и сверхзвуковой ($M > 1$) варианты показаны на рис. 3; здесь $A_1 = 2,57$; $m = 1$; $\bar{\alpha} = 1$; $\varepsilon = 0,5$. Во всех трех случаях наблюдается аномальный температурный отклик: существуют конечные интервалы времени, для которых $k_v d\tau/dt < 0$.



а) $M = 0,05$

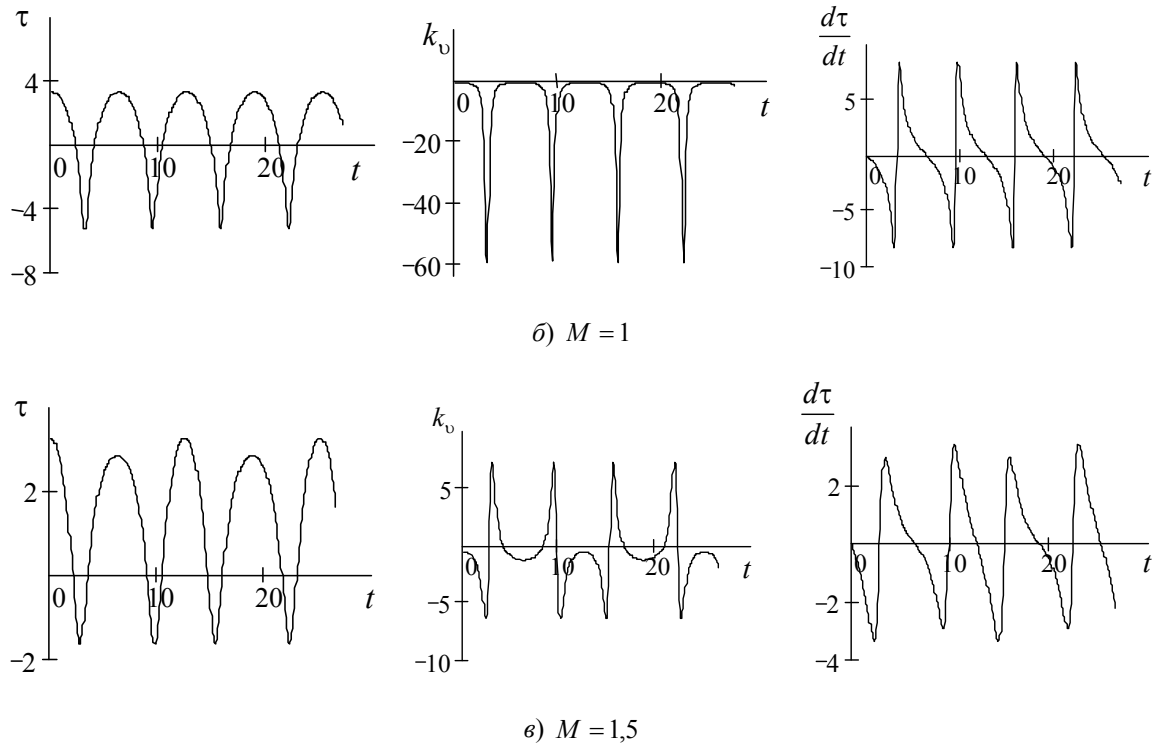


Рис. 3. Аномальный температурный отклик среды на воздействие нелинейного и неоднородного по координате источника (8) [$\bar{\alpha} = \bar{\beta}$; $\varepsilon \neq 0$]:

a – дозвуковой режим; b – звуковой режим; e – сверхзвуковой режим колебаний температуры на линии $x' = Mt$

Периодическая неоднородность источника энергии

Уравнение (1) имеет точное решение [8]:

$$T = [A(\alpha)]^{-1} [\theta(z) - \dot{A}(\alpha)]; \quad z = \int \frac{d\alpha}{A(\alpha)} - \int \frac{d\beta}{B(\beta)}; \quad (15)$$

$$\theta = -2/z; \quad B(\beta) = B \equiv \text{const} \neq 0; \quad \alpha = x' + t; \quad \beta = x' - t; \quad x' = x/w;$$

$$k_v = \frac{2T}{AB} (\dot{A} + AT)^2,$$

где $A(\alpha)$ – произвольная функция; точка над символом функции означает дифференцирование по ее аргументу. В данном случае выделение/поглощение энергии зависит явным образом от волновой координаты α : линия $\alpha = \text{const}$ есть характеристика (волна), распространяющаяся с постоянной скоростью влево, в сторону отрицательных значений x . В таком тепловом процессе может наблюдаться нетривиальное поведение изотерм $T(\alpha, \beta) = T_i \equiv \text{const}$. Обсудим этот вопрос. Линия изотермы и ее безразмерная скорость такие:

$$A(\alpha)T_i = (-2/z) - \dot{A}(\alpha); \quad \left(\frac{dx'}{dt} \right)_i = \frac{1+BD}{1-BD}; \quad BD \neq 1; \quad D(\alpha) = \frac{1}{A} - \frac{2(\ddot{A} - \dot{A}T_i)}{(\dot{A} - AT_i)^2}; \quad \alpha = \alpha_i(t).$$

Следует отметить, что величина $\left(\frac{dx'}{dt}\right)_i = \frac{1}{w} \frac{dx_i}{dt} = \frac{N}{w} = M$ представляет собой тепловое число Маха, равное отношению скорости изотермы $N = dx_i/dt$ к скорости w распространения тепловых возмущений. Допустим, что неоднородность источника энергии по волновой координате имеет периодический характер: $A(\alpha) = A_0 + A_1 \sin \omega \alpha$; $A_0, A_1, \omega = \text{const}$. Остановки изотермы ($N(\alpha = \alpha_r) = 0$) существуют, если выполнены два условия: $\alpha = \alpha_r$; $\ddot{A} - \dot{A}T_i = 0$; $A + B = 0$.

Отсюда находим:

$$\omega \alpha_r = \arctg(-T_i/\omega) + \pi n_0; \quad B = -A_0 + A_1 T_i (T_i^2 + \omega^2)^{-1/2},$$

где n_0 – положительное четное целое число; $B > (-A_0) > A_1 > 0$. Координата точки остановки определяется в каждый фиксированный момент времени из формулы $x_i/w = \alpha_r - t$.

Проанализируем зависимость $M = M(t)$; $t \geq 0$ при $A_0 + B = 0$. Ясно, что

$$\frac{d\alpha_i}{dt} = \left(\frac{dx'}{dt}\right)_i + 1 = M + 1 = \frac{2}{1 - BD}.$$

Представляет интерес процесс, в котором $|A_0| > |A_1|$, т. е. $A(\alpha)$ – функция, колеблющаяся около постоянного значения A_0 , и знак ее такой же, как у A_0 . Значит подходящим выбором констант A_1, ω можем обеспечить условие $0 < M_1 \leq \frac{d\alpha_i}{dt} \leq M_2 < \infty$. Таким образом, на изотерме $T = T_i$ функция $\alpha = \alpha_i(t)$ монотонно возрастающая, ее можно считать аналогом времени $t \geq 0$. В итоге имеем:

$$\left(\frac{dx'}{dt}\right)_i = \frac{A_1 \sin \omega \alpha (\dot{A} - AT_i)^2 - 2B(\ddot{A} - \dot{A}T_i)}{(A_1 \sin \omega \alpha - 2B)(\dot{A} - AT_i)^2 + 2B(\ddot{A} - \dot{A}T_i)}. \quad (16)$$

Знаменатель данной дроби колеблется около постоянного значения $2A_0^3 T_i^2$ и сохраняет знак этой величины. Числитель дроби – суперпозиция двух периодических функций, таких, что скорость (16) колеблется около нуля с периодически по α меняющейся амплитудой. Это явление есть следствие периодической неоднородности источника энергии по волновой координате.

Изучим на изотерме $T = T_i$ корреляцию «источник энергии – тепловое число Маха». Функция $k_v(T = T_i, \alpha) = \frac{(-2)T_i}{A_0(A_0 + A_1 \sin \omega \alpha)} [A_1 \omega \cos \omega \alpha + T_i(A_0 + A_1 \sin \omega \alpha)]^2 \leq 0$ определяет периодическую неоднородность стока энергии. Здесь принимаем $A_0 > A_1 > 0$; берем входные параметры задачи, для которых выполнено условие $1 > BD = -A_0 D$, т. е. $M + 1 > 0$. Функция $k_v(T_i, \alpha)$ обращается в ноль в отдельных точках $\alpha = \alpha_0$, если $A_0 = A_1$. Если $1 + \sin \omega \alpha_0 = 0$, то $\cos \omega \alpha_0 = 0$; $\omega \alpha_0 = \pi n_0 + (-1)^{n_0} \frac{3\pi}{2}$; $n_0 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, и тогда $k_v(T = T_i, \alpha = \alpha_0) = 0$. Результаты расчета этого варианта даны на рис. 4, а.

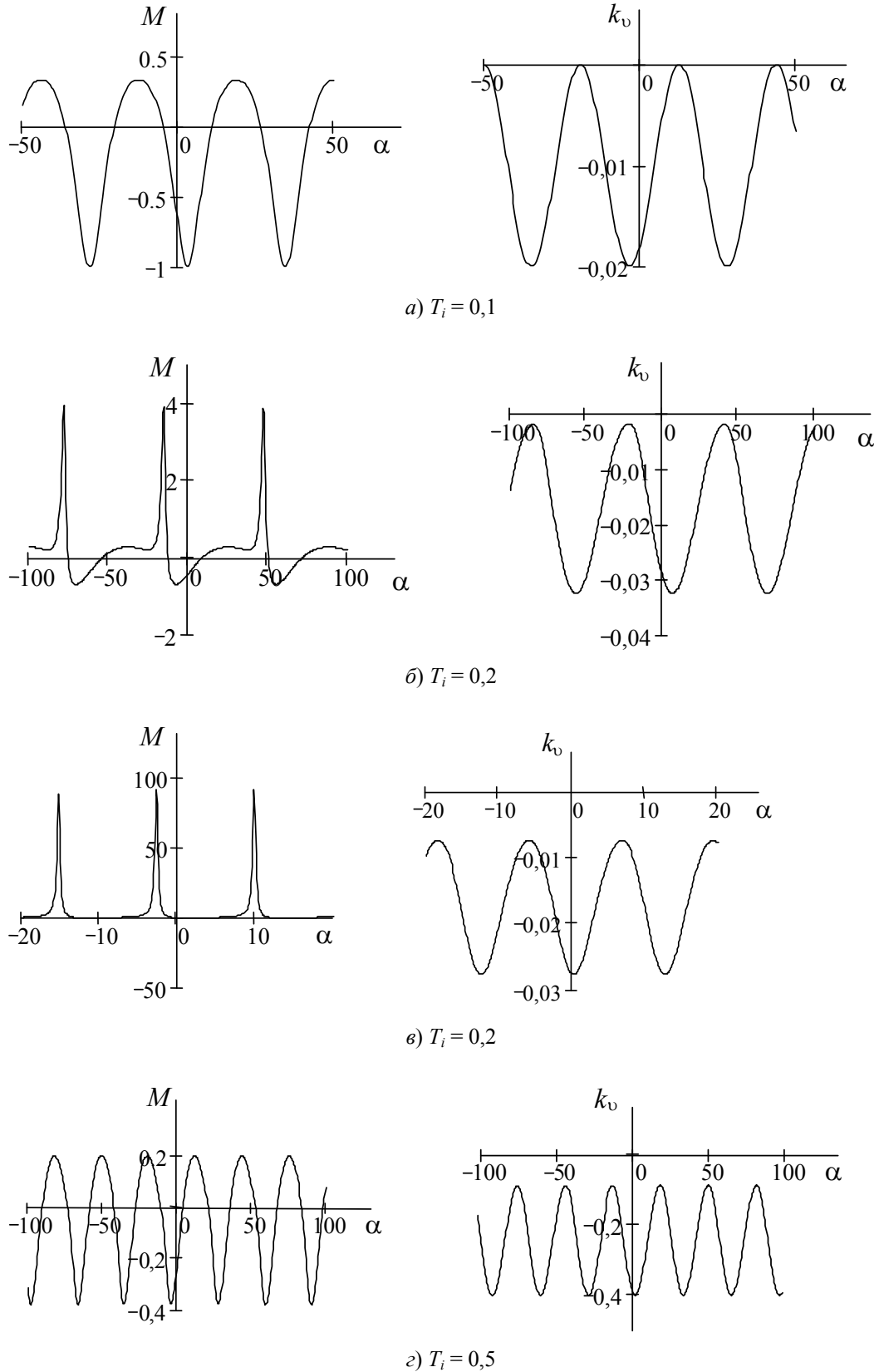


Рис. 4. Корреляция «источник энергии – тепловое число Маха».
Входные параметры: а – $A_0 = 1$; $A_1 = 1$; $\omega = 0,2$; б – $A_0 = 1$; $A_1 = 0,7$; $\omega = 0,1$;
в – $A_0 = 1$; $A_1 = 0,125$; $\omega = 0,5$; г – $A_0 = 1$; $A_1 = 0,5$; $\omega = 0,2$

Видим, что число Маха знакопеременное, т. е. периодически появляются точки остановки изотермы $(dx'/dt)_i = 0$; тепловой процесс «дозвуковой» $[|M| < 1]$ на «холодных» $[T_i < 1]$ и на «горячих» $[T_i > 1]$ изотермах. Гладкому периодическому изменению стока энергии $k_v(T_i, \alpha)$ соответствуют гладкие периодические колебания скорости изотермы. А именно: график $M = M(\alpha)$ не имеет резких изломов. Ситуация меняется (рис. 4, б, в), если отсутствуют точки вырождения $[k_v(T = T_i, \alpha = \alpha_0) = 0]$ стока энергии. Для таких режимов всюду $k_v(T = T_i, \alpha) < 0$, а на «холодных» изотермах $[T_i \sim 0,2]$ скорость перемещения, т. е. число Маха, имеет импульсно-периодический характер. Следовательно, гладкой периодической неоднородности стока энергии соответствуют импульсы, профиль которых имеет острые пики. Причина этого явления – нелинейная (кубическая) зависимость от температуры стока $k_v(T, \alpha)$:

$$\frac{k_v}{\partial T} = \frac{2}{AB}(\dot{A} + AT)(\dot{A} + 3AT).$$

Формирование острых пиков импульсов скорости присуще сверхзвуковому $[M > 1]$ режиму движения изотермы в «холодной» области. По мере перехода к изотермам с более высокой температурой (рис. 4, г) исчезают резкие пики импульсов скорости; в этих температурных интервалах движение дозвуковое; обе функции $k_v(T_i, \alpha)$ и $M(\alpha)$ изменяются по квазигармоническим законам.

Еще один важный параметр процесса – частота ω колебаний по волновой координате α . Результаты расчетов говорят о том, что во всех рассмотренных вариантах рост ω приводит к увеличению частоты колебаний $M(\alpha)$. Амплитудные параметры неоднородности стока энергии A_0, A_1 оказывают только количественное влияние на свойства теплопереноса; качественный характер корреляции «сток энергии – число Маха» сохраняется при варьировании A_0, A_1 .

Заключение

1. Выполнен анализ новых точных решений волнового уравнения теплопереноса с источниками, содержащими тригонометрическую, экспоненциально-тригонометрическую и кубическую нелинейности.

2. Представлены примеры (рис. 1, а, б; рис. 2) нетривиального взаимодействия объемного источника энергии со средой, когда непрерывный источник $k_v(T, x)$ генерирует разрывные колебания температуры в однокомпонентных и двухкомпонентных системах.

3. В рамках модели волнового теплопереноса обнаружен аномальный температурный отклик среды на тепловое воздействие: подвод/отвод тепла дает снижение/рост температуры, т. е. $q_v \partial T / \partial t < 0$ (рис. 1, 3).

4. Подробно изучена пространственно-периодическая неоднородность температурных полей с кубической нелинейностью источников.

Литература

1. Жоу, Д. Расширенная необратимая термодинамика / Д. Жоу, Х. Касас-Баскес, Дж. Лебон. – М. : Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. – 528 с.
2. Шабловский, О. Н. Релаксационный теплоперенос в нелинейных средах / О. Н. Шабловский. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2003. – 382 с.
3. Шабловский, О. Н. Неравновесные тепловые структуры в средах с источниками энергии / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2013. – 208 с.
4. Шабловский, О. Н. Точные решения волновых уравнений с нелинейными источниками / О. Н. Шабловский // Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем. – Вып. 14. – М. : Янус-К, 2011. – С. 382–391.
5. Ингель, Л. Х. «Отрицательная теплоемкость» стратифицированных жидкостей / Л. Х. Ингель // УФН. – 2002. – Т. 172, № 6. – С. 691–699.
6. Шабловский, О. Н. Тепловая неустойчивость и «отрицательная теплоемкость» в локально-неравновесной среде с источником энергии / О. Н. Шабловский // Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах : сб. тр. междунар. конф. – Махачкала : Ин-т физики Дагестан. науч. центра РАН, 2005. – С. 295–298.
7. Шабловский О. Н. «Отрицательная теплоемкость» в простой тепловой волне / О. Н. Шабловский // Труды IV Российской национальной конференции по теплообмену : в 8 т. – М. : Изд-во МЭИ, 2006. – Т. 7 : Теплопроводность, теплоизоляция. – С. 359–361.
8. Шабловский, О. Н. Нелинейные волновые уравнения и конкуренция источников энергии в двухкомпонентных системах / О. Н. Шабловский // Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем. – Вып. 13. – М. : Янус-К, 2010. – С. 78–89.

Получено 17.02.2014 г.